

Über die Bahn der Eugenia.

Von **M. Löwy.**

Die Bahnbestimmung, die hier in den Hauptzügen folgen wird, betrifft den 45. Planeten aus der Reihe der Asteroiden. Der Entdecker, Herr Goldschmidt in Paris, benannte ihn mit dem Namen Eugenia. Entdeckt wurde er am 26. Juni 1857. Die damalige südliche Lage des Planeten, der Umstand dass die Opposition bereits vorüber war, so wie auch die gerade zu jener Zeit rasch auf einander folgenden Entdeckungen von Hestia, Aglaja, Doris und Pales erklären die spärliche Zahl von Beobachtungen desselben. Die ganze Beobachtungsreihe umfasst nicht mehr als 20 Beobachtungen. Die äussersten derselben, die vom 2. Juli und 15. Sept., sind von der Berliner Sternwarte bekannt gegeben worden. Die so geringe Anzahl der Beobachtungen und der Wunsch, dass in der heranrückenden Opposition eine frequentere Beobachtung dieses Himmelskörpers Statt habe, um die sich so oft wiederholende überflüssige Mühe einer späteren umständlicheren Arbeit zu ersparen, machten es mir zur Pflicht eine so sorgsame Bahnberechnung, als es überhaupt die Verhältnisse erlaubten, vorzunehmen. Ich benützte zuerst für die Entwerfung einer Ephemeride die vom Herrn Dr. Förster aus Berlin kurz nach der Entdeckung in den astronomischen Nachrichten Nr. 1100 veröffentlichten Elemente:

Epoche 1857, Juli, 8·5000.

$$\begin{array}{rcl}
 M & = & 44^{\circ} \ 129' \ 9^{\cdot}6 \\
 \pi & = & 208 \ 16 \ 39^{\cdot}4 \\
 \Omega & = & 148 \ 19 \ 38^{\cdot}2 \\
 i & = & 6 \ 34 \ 52^{\cdot}6 \\
 \varphi & = & 5 \ 14 \ 44^{\cdot}0 \\
 \log a & = & 0\cdot430856 \\
 \mu & = & 801^{\cdot}1664
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} M \\ \pi \\ \Omega \\ i \\ \varphi \\ \log a \\ \mu \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{mittleres Äquinoctium} \\ 1857, 0. \text{Jän.} \end{array}$$

Die Ephemeride aus diesen Elementen wurde, wegen des voraussichtlich geringen Einflusses, ohne Rücksicht auf Störungen genau siebenstellig berechnet und vom 2. Juli bis Ende August 1857 ausgedehnt. Die Vergleichung sämmtlicher Beobachtungen mit ihr gibt die in der folgenden Übersicht enthaltenen Abweichungen. Die beiden letzten Columnen zeigen die Fehler in Rectascension und Declination:

Datum	Beobachtungsort	Beobachtung — Rechnung	
		$d\alpha$	$d\delta$
1857, Juli 2	Berlin	— 12 ^h 5	— 7 ^m 5
„ „ 8	„	— 11·2	— 5·9
„ „ 13	„	— 8·9	— 5·2
„ „ 14	Bilk	— 5·7	+ 1·2
„ „ 14	Berlin	— 10·1	— 3·2
„ „ 14	Bonn	— 3 ^h ·1	+ 5·1
„ „ 15	Wien	— 9·2	— 6·9
„ „ 18	Bonn	— 2·2	— 6·0
„ „ 20	Berlin	— 7·2	— 12·9
„ „ 25	„	+ 11·2	— 16·9
„ „ 26	Bonn	+ 6·4	— 22·4
„ „ 26	Berlin	+ 9·5	— 18·9
„ „ 27	Bonn	+ 22·9	— 16·4
„ August 11	Wien	+ 1' 15·6
„ „ 11	Berlin	+ 1 12·8	— 1' 02·4
„ „ 12	Wien	+ 1 20·7	— 53·2
„ „ 12	„	+ 1 11·2	— 1 00·4
„ „ 12	Berlin	+ 1 15·4	— 1 02·6
„ „ 25	„	+ 3 06·5	— 1 47·6

Die Vergleichung der isolirten Berliner Beobachtung vom 25. August wurde, um eine beiläufige Vorstellung des weitern Fehleranges der Ephemeride zu bekommen, unternommen. Diese Beobachtung ist ebenso wie die alleinstehende vom 15. September als Normalort verwendet worden. Ich theilte darauf die ganze Reihe der Fehler in 6 Gruppen ab. Die erste Abtheilung enthält die Abweichungen vom 2. bis zum 8. Juli, die zweite die vom 13. bis 15. Juli, die dritte die vom 18. bis 20. Juli, die vierte die vom 25. bis 27. Juli, die fünfte die vom 11. bis zum 12. August. Die sechste umfasst blos die vom 25. August. Das Mittel aller Zahlen der einzelnen Gruppen wurde

sodann als Fehler der Ephemeride für die Mitte der sie umschliessenden Zeit genommen und durch Interpolation für ungleiche Intervalle auf den Anfang des folgenden oder unmittelbar vorhergehenden Tages reducirt. Auf diesem Wege fand ich:

Gruppe	Datum		Beobachtung — Rechnung	
			da	$d\delta$
I.	Juli	5	— 11 ^h 62	— 5 ^m 73
II.	Juli	14	— 7·16	— 2·19
III.	Juli	19	— 3·99	— 10·14
IV.	Juli	26	+ 13·81	— 19·43
V.	August	12	+ 1' 15·12	— 1' 00·10
VI.	August	25	+ 3 06·53	— 1 47·62

Mit Hilfe dieser Abweichungen der Ephemeride erhielt ich die Normalorte in geocentrischer Länge und Breite ausgedrückt, bezogen auf das mittlere Äquinoctium 1857·0 Jänner in folgender Weise:

Normalort	Datum		Länge		Breite
			λ		β
1	1857, Juli	5·0	245 ^o 25' 12 ^s 04	+ 9 ^o 23' 04 ^s 08	
2	„ Juli	14·0	244 56 24·76	8 49 20·35	
3	„ Juli	19·0	244 54 37·56	8 29 52·61	
4	„ Juli	26·0	245 09 10·55	8 02 38·36	
5	„ August	12·0	247 00 25·95	6 58 57·27	
6	„ August	25·0	249 28 49·56	6 14 31·95	
7	„ Sept.	15, 8 ^h 17 ^m 38 ^s	255 04 57·52	5 11 09·41	

Ich versuchte nun vorerst auf Grundlage der Förster'schen Elemente eine vorläufige Verbesserung durch Änderung der curtirten Distanzen zweier Beobachtungen hervorzubringen. Ich hatte dabei die beiden äussersten Normalorte zu Grunde gelegt. Allein die starken Abweichungen der geocentrischen Länge und Breite veranlassten mich den begonnenen Vorgang aufzugeben. Es konnte die dieser Methode zu Grunde liegende Annahme des nicht zu grossen Betrages der Änderungen in den Elementen nicht mehr vorausgesetzt werden. Ich berechnete daher ein neues Elementensystem nach der Gauss'schen Methode. Die Basis desselben sind die folgenden Normalorte:

Normalort	Datum		Länge		Breite
			λ		β
1	1857, Juli	5	245 ^o 25' 12 ^s 04	+ 9 ^o 23' 04 ^s 08	
2	„ August	12	247 00 25·95	6 58 57·27	
3	„ Sept.	15, 8 ^h 17 ^m 38 ^s	255 04 57·52	5 11 09·41	

$$\begin{aligned}
& + 0^{\cdot}39 + 1\cdot11157 dl_0 - 1\cdot58620 d\pi' - 0\cdot07820 d\Omega' + 0\cdot02698 di \\
& \qquad \qquad \qquad + 2\cdot16436 d\mu' + 1\cdot02068 d\varphi = 0 \\
& + 0\cdot03 - 0\cdot00739 dl_0 + 0\cdot03705 d\pi' + 0\cdot66050 d\Omega' + 1\cdot43612 di \\
& \qquad \qquad \qquad + 0\cdot12735 d\mu' + 0\cdot07563 d\varphi = 0 \\
& - 2\cdot03 - 0\cdot00586 dl_0 + 0\cdot03058 d\pi' + 0\cdot69354 d\Omega' + 1\cdot34918 di \\
& \qquad \qquad \qquad + 0\cdot09804 d\mu' + 0\cdot05727 d\varphi = 0 \\
& + 2\cdot79 - 0\cdot00676 dl_0 + 0\cdot02929 d\pi' + 0\cdot70800 d\Omega' + 1\cdot29927 di \\
& \qquad \qquad \qquad + 0\cdot07942 d\mu' + 0\cdot04648 d\varphi = 0 \\
& + 1\cdot97 - 0\cdot00961 dl_0 + 0\cdot02961 d\pi' + 0\cdot72436 d\Omega' + 1\cdot22919 di \\
& \qquad \qquad \qquad + 0\cdot05192 d\mu' + 0\cdot03122 d\varphi = 0 \\
& - 0\cdot00 - 0\cdot02087 dl_0 + 0\cdot03639 d\pi' + 0\cdot74906 d\Omega' + 1\cdot06547 di \\
& \qquad \qquad \qquad - 0\cdot01497 d\mu' - 0\cdot00406 d\varphi = 0 \\
& - 0\cdot17 - 0\cdot03074 dl_0 + 0\cdot04344 d\pi' + 0\cdot75814 d\Omega' + 0\cdot95142 di \\
& \qquad \qquad \qquad - 0\cdot06165 d\mu' - 0\cdot02787 d\varphi = 0 \\
& - 0\cdot01 - 0\cdot04546 dl_0 + 0\cdot05328 d\pi' + 0\cdot76317 d\Omega' + 0\cdot78910 di \\
& \qquad \qquad \qquad - 0\cdot12614 d\mu' - 0\cdot06023 d\varphi = 0
\end{aligned}$$

Um zu grosse oder zu kleine Zahlen bei Auflösung der Gleichungen zu vermeiden, so habe ich die Coëfficienten der Änderungen von Perihel und Knoten mit zehn multiplicirt und den der mittleren täglichen Bewegung durch hundert dividirt. Die Bedeutung der Unbekannten in den hier aufgestellten Gleichungen ist somit diese: l_0 drückt die Änderung der mittleren Länge der Epoche aus, $d\pi'$ und $d\Omega'$ die durch zehn getheilten Änderungen von Knoten und Perihel, $d\mu$ die mit 100 multiplicirte tägliche Bewegung, und di und $d\varphi$ die Differentialien von Neigung und Excentricität.

Ich glaubte bei der Bildung der eigentlichen Gleichungen, die zur Ermittlung der unbekanntten Änderungen der Elemente führen, keine Rücksicht auf das Mass der relativen Genauigkeit der verschiedenen Normalorte nehmen zu dürfen; es würden sonst die mir durch die bedeutende Vergrösserung des elliptischen Bogens so wichtigen beiden äussersten Normalorte, aus nur je einer Berliner Beobachtung bestehend, zu viel von ihrem Einflusse eingebüsst haben.

Die sechs sich daraus nach der Methode der kleinsten Quadrate ergebenden Bestimmungsgleichungen sind die folgenden:

$$\begin{aligned}
& + 15\cdot84542 dl_0 - 24\cdot11622 d\pi' - 1\cdot85257 d\Omega' + 0\cdot08880 di \\
& \qquad \qquad \qquad + 24\cdot93214 d\mu' + 9\cdot78626 d\varphi - 0\cdot010 = 0 \\
& - 24\cdot11622 dl_0 + 36\cdot72259 d\pi' + 2\cdot87267 d\Omega' - 0\cdot03477 di \\
& \qquad \qquad \qquad - 37\cdot86881 d\mu' - 14\cdot83185 d\varphi - 0\cdot483 = 0 \\
& - 1\cdot85257 dl_0 + 2\cdot87267 d\pi' + 3\cdot86074 d\Omega' + 5\cdot79309 di \\
& \qquad \qquad \qquad - 2\cdot64140 d\mu' - 0\cdot98174 d\varphi + 0\cdot808 = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 + 0.08880 dl_0 - 0.03477 d\pi' + 3.79309 d\Omega' + 9.74788 di \\
 \quad + 0.65427 d\mu' + 0.34552 d\varphi + 2.167 = 0 \\
 + 24.93214 dl_0 - 37.86881 d\pi' + 2.64140 d\Omega' + 0.65427 di \\
 \quad + 39.55707 d\mu' + 15.66458 d\varphi - 2.205 = 0 \\
 + 9.78626 dl_0 - 14.83185 d\pi' - 0.98174 d\Omega' + 0.34552 di \\
 \quad + 15.66458 d\mu' + 6.26640 d\varphi - 2.081 = 0
 \end{aligned}$$

Die Auflösung der Gleichungen liefert die nachstehenden Werthe der unbekanntenen Grössen:

$$\begin{aligned}
 d\varphi &= + 59^{\text{r}} 27 \\
 d\mu &= - 0.39196 \\
 di &= + 0.99 \\
 d\Omega &= - 13.24 \\
 d\varpi &= - 1' 57.56 \\
 dl_0 &= + 7.02
 \end{aligned}$$

Werden diese Änderungen mit dem gehörigen Zeichen an die zu Grunde gelegten Elemente angebracht, so bekommt man für Elemente der wahrscheinlichsten Ellipse die folgenden Werthe:

1857, 0. Jänner, mittlere Berliner Zeit.

$$\begin{aligned}
 M &= - 19^{\circ} 35' 26.10 \\
 \pi &= 235 04 34.40 \\
 \Omega &= 147 51 37.75 \\
 i &= 6 35 59.09 \\
 \varphi &= 4 52 10.71 \\
 \log a &= 0.4381986 \\
 \mu &= 781.10366 \\
 e &= 0.084889
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} M \\ \pi \\ \Omega \\ i \\ \varphi \\ \log a \\ \mu \\ e \end{aligned}} \right\} \text{mittleres Äquinocetium 1857}$$

Die Summe der Fehlerquadrate bei diesen Elementen beträgt 107.2; sie war vor der Verbesserung 140.5.

Die übrigbleibenden Fehler der verschiedenen Normalorte, wie sie sich aus den Gleichungen übereinstimmend mit der directen Vergleichung ergeben, sind:

Normalort	Datum		Rechnung	Beobachtung
			$d\lambda$	$d\lambda'$
1	1857,	Juli 5	- 3.9	- 0.4
2	"	" 14	+ 2.8	- 2.4
3	"	" 19	+ 4.0	+ 2.4
4	"	" 26	- 2.4	+ 1.6
5	"	August 12	+ 2.1	- 0.2
6	"	" 25	- 5.9	- 1.2
7	"	Sept. 15, 8 ^h 17 ^m 38 ^s	+ 2.8	+ 0.2

Nach diesen Elementen folgt die genäherte Ephemeride für die Opposition 1858.

Datum 1858	α	δ	Log. J
Juli 23	0 ^h 31 ^m 51 ^s	0 ^o 21' 1	0·35473
24	32 09	20·2	
25	32 25	19·2	
26	32 41	18·0	
27	32 55	16·6	
28	33 07	15·1	
29	33 18	13·4	
30	33 28	11·6	
31	33 37	9·6	
August 1	33 44	7·4	
2	33 50	5·1	
3	33 55	2·7	
4	33 58	0·0	
5	34 00	— 0 2·7	
6	34 01	5·7	
7	34 00	8·8	
8	33 58	12·0	
9	33 54	15·5	
10	33 50	19·0	
11	33 44	22·8	0·31291
12	33 36	26·6	
13	33 27	30·6	
14	33 16	34·8	
15	33 05	39·0	
16	32 52	43·5	
17	32 37	48·1	
18	32 22	52·9	
19	32 05	57·8	
20	31 47	— 1 2·8	
21	31 27	8·0	0·29526
22	31 06	13·3	
23	30 44	18·7	
24	30 21	24·3	
25	29 56	29·9	
26	29 30	35·7	
27	29 03	41·6	
28	28 35	47·7	
29	28 05	53·8	
30	27 35	— 2 0·1	
31	27 03	6·4	0·28143
September 1	26 30	12·9	
2	25 56	19·4	
3	25 22	26·0	
4	24 46	32·6	
5	24 09	39·4	

Datum 1858	α	δ	Log. Δ
September 6	$0^h 23^m 52^s$	— $2^o 46^1.2$	
7	22 13	53.1	
8	22 31	— 3 0.1	
9	21 32	7.0	
10	20 51	14.1	
11	20 08	21.1	0.27277
12	19 26	28.3	
13	18 43	35.4	
14	17 59	42.5	
15	17 15	49.7	
16	16 30	56.8	
17	15 45	— 4 3.9	
18	15 00	11.0	
19	14 14	18.1	
20	13 27	25.2	
21	12 40	32.2	0.27031
22	11 53	39.2	
23	11 07	46.2	
24	10 20	53.1	
25	9 33	59.9	
26	8 46	— 5 6.7	
27	8 00	13.4	
28	7 13	20.0	
29	6 27	26.5	
30	5 41	32.9	
October 1	4 56	39.3	0.27436
2	4 10	45.6	
3	3 25	51.7	
4	2 41	57.8	
5	1 56	— 6 3.7	
6	1 13	9.5	
7	0 30	15.1	
8	— 0^h 0 12	20.6	
9	0 54	25.9	
10	1 34	31.1	
11	2 14	36.2	0.28478
12	2 55	41.1	
13	3 33	45.9	
14	4 10	50.5	
15	4 47	55.0	
16	5 22	59.2	
17	5 57	— 7 3.4	
18	6 31	7.3	
19	7 2	11.1	
20	7 33	14.6	
21	8 3	18.1	0.30064
22	8 32	21.3	
23	9 0	24.4	

Datum 1858		α	δ	Log. \downarrow	
October	24	— 0 ^h 9 ^m 27 ^s	— 7 ^o 27 ¹ 3		
	25	9 52	30·1		
	26	10 16	32·6		
	27	10 39	35·0		
	28	11 00	37·2		
	29	11 21	39·2		
	30	11 39	41·0		
	31	11 57	42·6	0·32069	
	November	1	12 14	44·2	
		2	12 28	45·5	
3		12 42	46·6		
4		12 55	47·5		
5		13 06	48·3		
6		13 16	48·9		
7		13 24	49·3		
8		13 31	49·5		
9		13 37	49·6		
10		13 41	49·5	0·34344	
11		13 42	49·2		
12		13 45	48·7		
13		13 45	48·1		
14		13 44	47·3		
15		13 41	46·4		
16		13 38	45·3		
17		13 33	44·0		
18		13 27	42·6		
19		13 19	41·1		
20		13 11	39·4	0·36777	
21	13 01	37·5			
22	12 50	35·4			
23	12 37	33·3			
24	12 23	31·0			
25	12 08	28·6			
26	11 52	26·0			
27	11 33	23·3			
28	11 14	20·4			
29	10 54	17·4			
30	10 32	14·3	0·39257		
December	1	10 10	11·0		
	2	9 47	7·6		
	3	9 22	4·0		
	4	8 56	0·4		
	5	8 29	— 6 56·6		
	6	8 01	52·7		
	7	7 32	48·7		
	8	7 01	44·6		
	9	6 29	40·3		
	10	5 56	35·9	0·41713	